

1. Pengertian Koneksi Matematika

Menurut National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) tahun 1989, koneksi matematika merupakan bagian penting yang harus mendapatkan penekanan di setiap jenjang pendidikan. Koneksi matematika adalah keterkaitan antara topik matematika, keterkaitan antara matematika dengan disiplin ilmu yang lain dan keterkaitan matematika dengan dunia nyata atau dalam kehidupan sehari-hari.

Namun dalam kenyataannya, kurikulum matematika umumnya dipandang sebagai kumpulan sejumlah topik sehingga masing-masing topik cenderung diajarkan secara terpisah. Hal ini tentu saja membuat siswa harus mengingat konsep yang terlalu banyak dan tidak mengenali prinsip-prinsip umum yang relevan dengan berbagai bidang.

Oleh karena itu, kurikulum hendaknya membantu siswa untuk dapat melihat bagaimana ide-ide matematika saling berkaitan. Apabila ide matematika dikaitkan dengan pengalaman sehari-hari siswa maka tentunya siswa akan menghargai kegunaan matematika.

2. Ruang Lingkup dan Aspek Koneksi Matematika

Secara umum, ada dua tipe koneksi, yaitu :

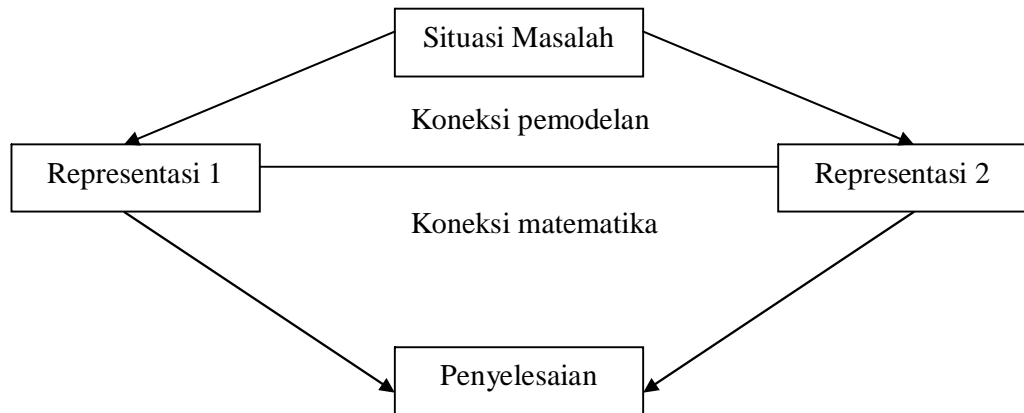
1. Koneksi pemodelan

Koneksi pemodelan adalah hubungan antara situasi dengan masalah yang dapat muncul di dunia nyata atau dalam disiplin ilmu lain dengan representasi matematikanya.

2. Koneksi matematika

Koneksi matematika adalah hubungan antara dua representasi yang ekuivalen dan antara proses penyelesaian dari masing-masing representasi.

Gambar :



Contohnya : jika suatu situasi masalah memiliki koneksi pemodelan dengan persamaan aljabar dan grafik, maka representasi aljabar memiliki koneksi matematika dengan representasi grafik. Koneksi matematika juga terjadi antara proses perhitungan aljabar dengan analisis grafik yang menghasilkan penyelesaian yang sama.

Menurut Coxford (1995:4), terdapat tiga aspek yang berkaitan dengan koneksi matematika, yaitu :

1. Penyatuan tema-tema

Penyatuan tema-tema seperti perubahan (*change*), data dan bentuk (*shape*) dapat digunakan untuk menarik perhatian terhadap sifat dasar matematika yang saling berkaitan. Gagasan tentang perubahan dapat menjadi penghubung antara aljabar, geometri, matematika diskrit dan kalkulus. Misalnya : bagaimana kaitan antara laju perubahan tetap dengan garis dan persamaan garis ? Bagaimana keliling suatu bangun datar dapat berubah ketika bangun datar tersebut ditransformasikan ? Apakah artinya laju perubahan sesaat dari suatu fungsi di suatu titik ? Setiap pertanyaan tersebut memberikan kesempatan untuk mengaitkan topik-topik matematika dengan menghubungkannya melalui tema perubahan. Tema lain yang memberikan kesempatan yang luas untuk membuat koneksi matematika adalah data. Misalnya data berpasangan menjadi konteks dan motivasi untuk mempelajari fungsi linear karena data berpasangan sering ditampilkan dengan grafik fungsi. Selain itu, bentuk adalah tema lain yang

dapat digunakan untuk memperlihatkan koneksi. Sebagai contoh : bentuk kurva berkaitan dengan karakteristik datanya.

2. Proses matematika

Proses matematika meliputi : representasi, aplikasi, *problem solving* dan *reasoning*. Empat kategori aktivitas ini akan terus berlangsung selama seseorang mempelajari matematika. Agar siswa dapat memahami konsep secara mendalam, mereka harus dapat membuat koneksi di antara representasi. Aktivitas aplikasi, *problem solving* dan *reasoning* membutuhkan berbagai pendekatan matematika sehingga siswa dapat menemukan koneksi. Sebagai contoh : untuk mencari turunan dengan menggunakan definisi fungsi, siswa harus mengaplikasikan limit dan komposisi fungsi. Komposisi fungsi dengan polinom berderajat besar melibatkan ekspansi binomial, yang koefisiennya dapat diperoleh melalui perhitungan kombinatorik. Aktivitas *problem solving* seperti pencarian nilai optimum melibatkan pemodelan, representasi aljabar atau kalkulus. Sedangkan aktivitas *reasoning* seperti pembuktian rumus–rumus turunan.

3. Penghubung–penghubung matematika

Fungsi, matriks, algoritma, variabel, perbandingan dan transformasi merupakan ide–ide matematika yang menjadi penghubung ketika mempelajari topik–topik matematika dengan spektrum yang luas.

3. Tujuan Koneksi Matematika

Adapun tujuan koneksi matematika menurut NCTM (1989:146) adalah agar siswa dapat :

1. Mengenali representasi yang ekuivalen dari suatu konsep yang sama.
2. Mengenali hubungan prosedur satu representasi ke prosedur representasi yang ekuivalen.
3. Menggunakan dan menilai koneksi beberapa topik matematika.
4. Menggunakan dan menilai koneksi antara matematika dan disiplin ilmu yang lain.

Berdasarkan keterangan NCTM di atas, maka koneksi matematika dapat dibagi ke dalam tiga aspek kelompok koneksi, yaitu :

1. Aspek koneksi antar topik matematika

Aspek ini dapat membantu siswa menghubungkan konsep-konsep matematika untuk menyelesaikan suatu situasi permasalahan matematika.

Contoh : untuk menghitung sisa dari sukubanyak $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 5$ oleh $(x-1)$ maka langkah penyelesaiannya dapat dilakukan melalui proses aljabar (substitusi) atau melalui proses bagan (pembagian bersusun, *horner*)

2. Aspek koneksi dengan disiplin ilmu lain.

Aspek ini menunjukkan bahwa matematika sebagai suatu disiplin ilmu, selain dapat berguna untuk pengembangan disiplin ilmu yang lain, juga dapat berguna untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang berkaitan dengan bidang studi lainnya.

Contoh : untuk menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan gerak parabola pada bidang studi fisika, yaitu menghitung jarak terjauh dari sebuah batu yang dilemparkan oleh seorang anak dengan kecepatan awal dan sudut elevasi tertentu. Masalah ini berkaitan dengan konsep sudut rangkap pada trigonometri dalam matematika.

3. Aspek koneksi dengan dunia nyata siswa / koneksi dengan kehidupan sehari-hari. Aspek ini menunjukkan bahwa matematika dapat bermanfaat untuk menyelesaikan suatu permasalahan di kehidupan sehari-hari.

Contoh : untuk menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan aritmatika sosial, misalnya menghitung dan menentukan untung atau rugi dari suatu transaksi jual beli.

Melalui ketiga aspek koneksi matematika di atas beserta contohnya, siswa akan semakin menyadari bahwa konsep-konsep matematika memang saling berkaitan dan mereka juga akan memahami betapa pentingnya matematika untuk memecahkan permasalahan sehari-hari baik di sekolah maupun di luar sekolah.

4. Kemampuan Koneksi Matematika

Kemampuan–kemampuan yang diharapkan setelah siswa mendapatkan pembelajaran yang menekankan pada aspek koneksi matematika menurut standar kurikulum NCTM adalah :

- 1.Siswa dapat menggunakan koneksi antar topik matematika.
- 2.Siswa dapat menggunakan koneksi antara matematika dengan disiplin ilmu lain.
- 3.Siswa dapat mengenali representasi ekuivalen dari konsep yang sama.
- 4.Siswa dapat menghubungkan prosedur antar representasi ekuivalen.
- 5.Siswa dapat menggunakan ide–ide matematika untuk memperluas pemahaman tentang ide–ide matematika lainnya.
- 6.Siswa dapat menerapkan pemikiran dan pemodelan matematika untuk menyelesaikan masalah yang muncul pada disiplin ilmu lain.
- 7.Siswa dapat mengeksplorasi dan menjelaskan hasilnya dengan grafik, aljabar, model matematika verbal atau representasi.

5. Rubrik Penskoran

Contoh rubrik penskoran untuk soal uraian adalah sebagai berikut :

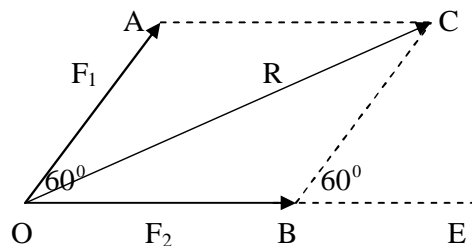
Skor	Interpretasi	Keterangan
3	Jawaban jelas	Jawaban siswa jelas, sistematis, tepat pada sasaran, sesuai dengan kunci jawaban. Maksudnya : Siswa dapat menjawab soal dengan jelas, mengetahui urutan dan arah penyelesaian soalnya serta hasil yang diperoleh sesuai dengan kunci jawaban yang telah dibuat.
2	Menjawab sebagian saja	Jawaban siswa jelas, sistematis, tepat pada sasaran, tidak sesuai dengan kunci jawaban. Maksudnya : Siswa dapat menjawab soal dengan jelas, mengetahui urutan dan arah penyelesaian soalnya, tetapi hasil yang diperoleh tidak sesuai dengan kunci jawaban yang telah dibuat.

Skor	Interpretasi	Keterangan
1	Hanya sekedar menjawab saja	Jawaban siswa tidak jelas, tidak sistematis, tidak tepat sasaran dan juga tidak sesuai dengan kunci jawaban yang telah dibuat.
0	Tidak menjawab sama sekali	Siswa tidak mengerjakan soalnya.

6. Contoh soal beserta rubrik penskorannya

1. Dua vektor F_1 dan F_2 memiliki pangkal berimpit dan masing-masing besarnya 5 N dan 3 N. Jika sudut apit antara kedua vektor tersebut adalah 60° , tentukan besar dan arah dari vektor resultan dari $R = F_1 + F_2$. (gambarkan vektornya)

Jawab



Perhatikan $\triangle OBC$

Dengan menggunakan aturan kosinus diperoleh besar vektor resultan R :

$$OC^2 = OB^2 + BC^2 - 2.OB.BC.\cos \angle OBC$$

$$R^2 = 3^2 + 5^2 - 2.3.5.\cos(180^\circ - \angle CBE)$$

$$R^2 = 9 + 25 - 30.\cos(180^\circ - 60^\circ)$$

$$R^2 = 9 + 25 - 30.\cos 120^\circ$$

$$R^2 = 9 + 25 - 30\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$R^2 = 9 + 25 + 15$$

$$R^2 = 49$$

$$R = 7 \text{ N}$$

Arah vektor resultan R dapat ditentukan dengan aturan sinus maupun dengan aturan kosinus.

Aturan sinus :

$$\frac{BC}{\sin \angle BOC} = \frac{OC}{\sin \angle OBC}$$

$$\frac{5}{\sin \angle BOC} = \frac{7}{\sin 120^\circ}$$

$$\frac{5}{\sin \angle BOC} = \frac{7}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$$

$$\sin \angle BOC = \frac{5 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}}{7}$$

$$\sin \angle BOC = \frac{5}{14}\sqrt{3}$$

$$\angle BOC = 38,19^\circ$$

Aturan kosinus :

$$BC^2 = OB^2 + OC^2 - 2.OB.OC.\cos \angle BOC$$

$$5^2 = 3^2 + 7^2 - 2.3.7.\cos \angle BOC$$

$$25 = 9 + 49 - 42 \cos \angle BOC$$

$$25 = 58 - 42 \cos \angle BOC$$

$$-33 = -42 \cos \angle BOC$$

$$\cos \angle BOC = \frac{33}{42}$$

$$\cos \angle BOC = \frac{11}{14}$$

$$\cos \angle BOC = 0,786$$

$$\angle BOC = 38,19^\circ$$

Jadi vektor resultan R memiliki besar 7 N dan arahnya membentuk sudut $38,19^\circ$ terhadap vektor acuan F_2 .

Rubrik penskoran

Skor	Interpretasi	Keterangan
3	Jawaban jelas	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa dapat menggambar vektor dengan benar. • Siswa dapat menulis rumus kosinus dengan benar. • Siswa dapat menulis rumus sinus dengan benar (jika ada). • Siswa dapat melakukan perhitungan dengan benar. • Jawaban akhir siswa benar.
2	Menjawab sebagian saja	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa dapat menggambar vektor dengan benar. • Siswa dapat menulis rumus kosinus dengan benar. • Siswa dapat menulis rumus sinus dengan benar (jika ada). • Siswa dapat melakukan perhitungan dengan benar. • Jawaban akhir siswa salah.
1	Hanya sekedar menjawab saja	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa tidak dapat menggambar vektor dengan benar. • Siswa dapat menulis rumus kosinus dengan benar. • Siswa dapat menulis rumus sinus dengan benar (jika ada). • Siswa tidak dapat melakukan perhitungan dengan benar. • Jawaban akhir siswa salah.
0	Tidak menjawab sama sekali	Siswa tidak mengerjakan soal.

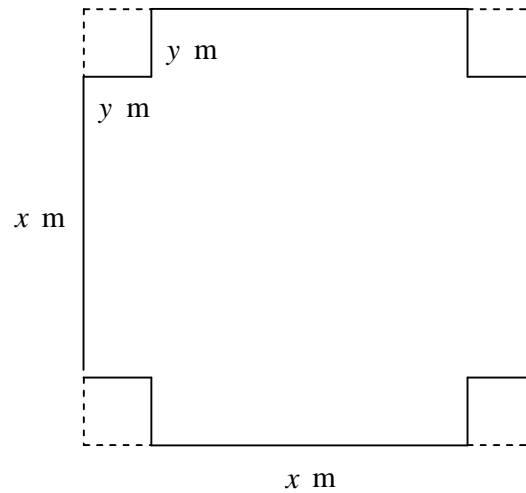
2. Alas sebuah kotak tanpa tutup yang berbentuk persegi dibuat dari karton.

Volume kotak adalah 4 m^3 . Carilah ukuran kotak agar bahannya maksimum.

Jawab

Misalkan : panjang alas kotak = $x \text{ m}$

Tinggi kotak = $y \text{ m}$



Volum kotak : $V = 4$

$$p \times l \times t = 4$$

$$x \times x \times y = 4$$

$$x^2 \times y = 4$$

$$y = \frac{4}{x^2}$$

Misalkan luas bahan = $L(x)$ m², maka :

$$L(x) = (x + 2y)(x + 2y) - 4y^2$$

$$= x^2 + 4xy + 4y^2 - 4y^2$$

$$= x^2 + 4xy$$

$$= x^2 + 4x \left(\frac{4}{x^2} \right)$$

$$= x^2 + \frac{16}{x} \text{ untuk } x > 0$$

Nilai stasioner diperoleh jika : $L'(x) = 0$

$$L'(x) = 0$$

$$2x - \frac{16}{x^2} = 0$$

$$\frac{2x^3 - 16}{x^2} = 0$$

$$2x^3 - 16 = 0$$

$$2x^3 = 16$$

$$x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8}$$

$$x = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow y = \frac{4}{x^2}$$

$$= \frac{4}{2^2}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

Jadi ukuran kotak tersebut adalah $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$.

Rubrik penskoran

Skor	Interpretasi	Keterangan
3	Jawaban jelas	<ul style="list-style-type: none">• Siswa dapat menggambar jaring-jaring kotak dengan benar.• Siswa dapat menggunakan rumus volum kotak dan melakukan perhitungan dengan benar• Siswa dapat menggunakan rumus luas persegi dan melakukan perhitungan dengan benar.• Siswa dapat menggunakan rumus nilai stasioner dan melakukan perhitungan dengan benar.• Jawaban akhir siswa benar.• Siswa dapat membuat generalisasi dari jawaban akhir dengan benar.

Skor	Interpretasi	Keterangan
2	Menjawab sebagian saja	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa dapat menggambar jaring-jaring kotak dengan benar. • Siswa dapat menggunakan rumus volum kotak dan melakukan perhitungan dengan benar • Siswa dapat menggunakan rumus luas persegi dan melakukan perhitungan dengan benar. • Siswa dapat menggunakan rumus nilai stasioner tetapi tidak dapat melakukan perhitungan dengan benar. • Jawaban akhir siswa salah. • Siswa tidak dapat membuat generalisasi dari jawaban akhir dengan benar.
1	Hanya sekedar menjawab saja	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa tidak dapat menggambar jaring-jaring kotak dengan benar. • Siswa tidak dapat menggunakan rumus volum kotak dengan benar. • Siswa tidak dapat menggunakan rumus luas persegi dengan benar. • Siswa tidak dapat menggunakan rumus nilai stasioner dengan benar. • Jawaban akhir siswa salah. • Siswa tidak dapat membuat generalisasi dari jawaban akhir dengan benar.
0	Tidak menjawab sama sekali	Siswa tidak mengerjakan soal.

7. Contoh soal lainnya

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari : $\sqrt{x^2 - 3x - 4} > \sqrt{x + 1}$.
2. Dua sisi yang sejajar pada trapesium panjangnya masing-masing $(t + 3)$ cm dan $(t + 5)$ cm serta jarak antara keduanya adalah t cm. Jika luas trapesium tersebut adalah 45 cm^2 , tentukan t .
3. Panjang rusuk pada kubus ABCD.EFGH adalah 6 cm. Tentukan jarak titik G ke garis DF !
4. Sebuah kolam renang berbentuk persegi panjang akan dibuat dengan keliling 50 m. Jika luas kolam tersebut paling sedikit 136 m^2 , tentukan ukuran panjang kolam renang yang memenuhi syarat tersebut !