TUGAS

GEOMETRI

tentang

RINGKASAN BAB I
SEJARAH GEOMETRI DAN
PENGEMBANGAN EUCLID DAN NON EUCLID

Kelompok I
APRIZAL PUTRA
ERNA BUTSILAWATI
RAHMA YENI
RIDA
RIKA WIDYASARI
YULI

Dosen Pembimbing :

Dr. Muliyardi, M.Pd

KONSENTRASI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN TEKNOLOGI PENDIDIKAN
PROGRAM PASCA SARJANA
UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2010

ASAL MULA GEOMETRI

Kata Geometry berasal dari bahasa Yunani "Geometrein" yaitu *geo* berarti bumi dan *metrein* berarti mengukur. Secara mendasar, geometri berarti ilmu pengukuran tanah. Menurut sejarahwan Yunani Herodotus (abad kelima sebelum masehi), orang Mesir, Babylonia, Hindu dan Cina merupakan pengamat yang memulai ilmu ukur pokok

Pada masa lampau, ilmu ukur adalah suatu alat khusus yang mendekati jawaban yang tepat untuk suatu tujuan dengan menggunakan prosedur ibu jari yang dilakukan melalui percobaan, pengamatan atas analogi, tebakan, dan kilat intuisi sekali-kali. Misalnya : pada tahun 2000–1600 sebelum masehi, Vitruvius (arsitek Romawi berkebangsaan Babylonia) menganggap bahwa keliling lingkaran adalah tiga kali diameternya. Beliau mempertimbangkan π menjadi sama dengan 3. Hal ini ditemukan juga di literatur Cina. Hal ini bahkan dipertimbangkan oleh Jews (orang suci Yahudi) dan diberlakukan dalam kitab suci (I Kings 7 : 23) yang berisi tentang sebuah usaha oleh Rabbi Nehemiah untuk mengubah nilai π menjadi $\frac{22}{7}$. Pada tahun 1800 sebelum masehi, menurut Rhind Papyrus (orang mesir), π mempunyai pendekatan $\left(\frac{16}{9}\right)^2 \approx 3.1604$. Dengan demikian, tebakan orang mesir ini tidak benar.

Contoh tebakan orang mesir yang benar adalah ketika mereka menemukan rumus yang benar untuk volume suatu frustum piramida segiempat beraturan. Hal ini merupakan suatu penemuan yang luar biasa. Pada sisi lain, mereka berpikir bahwa suatu rumus luas yang benar untuk persegi panjang dapat diberlakukan untuk bangun bersisi empat. Dengan demikian, ilmu ukur Orang Mesir bukanlah suatu ilmu pengetahuan di Yunani, hanya merupakan suatu kumpulan aturan untuk kalkulasi tanpa adanya motivasi atau pertimbangan.

Orang Babylonia jauh lebih maju dibandingkan orang Mesir di dalam aritmatika dan aljabar. Bukti nyata adalah mengenai Dalil Pythagoras yang berisi : "Dalam suatu segitiga siku–siku, panjang sisi miring sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi siku–sikunya". Bagaimanapun, di Yunani, mulai dari Thales Miletus, telah meminta pernyataan geometris itu dengan tegas dibentuk oleh pemberian alasan secara deduktif daripada sekedar mencoba–coba. Dalam menentukan hasil yang benar, ia mengembangkan ilmu ukur logis pertama dan juga dikenal sebagai orang yang memiliki ramalan gerhana matahari pada tahun 585 sebelum masehi. Pengaturan yang dimulai oleh Thales dilanjutkan pada dua abad kemudian oleh Pythagoras dan para muridnya.

Pada zamannya, Pythagoras dipandang sebagai nabi keagamaan. Ia mengajarkan keabadian jiwa dan reinkarnasi. Ia mendirikan pemercaya persaudaraan yang memiliki pemurnian kepunyaannya dan upacara inisiasi, mengikuti suatu diet sayuran, dan membagi semua kekayaan secara bersama dengan cara gotong royong. Penganut Pythagoras berbeda dari organisasi keagamaan lainnya dalam kepercayaan mereka mengenai pengangkatan dan perserikatan jiwa dengan Tuhan dicapai dengan pelajaran musik dan matematika. Dalam pelajaran musik, Pythagoras menghitung perbandingan interval harmoni benar. Dalam pelajaran matematika, ia mengajari sifat–sifat bilangan yang misterius dan sangat bagus. Buku VII dari Unsur-Unsur Euclid’s adalah teks pengajaran teori bilangan pada Sekolah Pythagoras.

Penganut Pythagoras sangat terkejut ketika mereka menemukan panjang yang tidak rasional, seperti $\sqrt{2}$. Pada mulanya, mereka mencoba untuk menyimpan penemuan rahasia ini. Sejarahwan Proclus menulis: “Itu terkenal bahwa orang yang pertama membuat masyarakat teori irasional binasa dalam suatu kecelakaan kapal, agar supaya tidak dapat dilukiskan dan tidak dapat dibayangkan pernah tinggal diselubungi”. Karena penganut Pythagoras tidak dapat menganggap $\sqrt{2}$ suatu bilangan, mereka mengubah aljabar mereka ke dalam bentuk geometris agar supaya mewakili $\sqrt{2}$ dan panjang irasional lainnya oleh segmen ($\sqrt{2}$ oleh suatu diagonal bangun persegi).

Pondasi sistematis bagi bidang geometri oleh sekolah penganut Pythagoras telah dibawa untuk suatu kesimpulan di sekitar tahun 400 sebelum masehi dalam *The Elements* oleh ahli matematika Hippocrates (tidak dikacaukan nama yang sama dengan ahli fisika). Meskipun acuan ini telah hilang, kita dapat dengan aman mengatakan bahwa itu mencakup kebanyakan dari Buku I–IV *Elements* Euclid’s, yang muncul sekitar satu abad kemudian. Penganut Pythagoras tidak mampu mengembangkan suatu teori perbandingan yang juga sah untuk panjang irasional. Tetapi, kemudian hal ini dapat ditemukan oleh Eudoxus yang memiliki teori yang disatukan ke dalam Buku V *Elements* Euclid’s.

Abad keempat sebelum masehi melambangkan akademi filsafat dan ilmu pengetahuan Plato (ditemukan sekitar 387 sebelum masehi). Dalam Republik Plato menulis," Pelajaran matematika berkembang dan berhimpun ke dalam operasi suatu organisme mental lebih berharga dibanding seribu mata karena hanya melalui itu kebenaran dapat diperoleh". Plato mengajari bahwa alam semesta gagasan menjadi lebih penting dibanding benda dunia. Benda dunia adalah suatu gua tak bernyala yang pada dindingnya kita hanya dapat melihat bayangan nyata, di luar dunia yang disinari matahari. Kesalahan pikiran sehat harus dikoreksi oleh pikiran yang terpusat, yang mana adalah terbaik dipelajari dengan mempelajari matematika. Metode dialog Socrates sangat utama bagi bukti tidak langsung, melalui suatu pernyataan yang ditunjukkan untuk menjadi tidak sah jika hal itu memimpin ke arah suatu pertentangan. Berulang–kali Plato mengutip pembuktian untuk ketidakrasionalan panjang suatu diagonal bangun persegi sebagai suatu ilustrasi metode bukti tidak langsung (*the reductio ad absurdum*). Titik adalah ketidakrasionalan panjang yang tidak pernah dapat ditemukan oleh pengukuran fisika, yang selalu meliputi suatu kesalahan garis tepi percobaan kecil.

Euclid adalah seorang murid Sekolah Plato. Sekitar tahun 300 sebelum masehi, ia menghasilkan perawatan geometri dan teori bilangan secara terbatas pada Edisi–13 *Elements*. Dalam menyusun karya agung ini, Euclid membangun pengalaman dan prestasi pendahulunya, yaitu : pada Pythagoras, Buku I–IV, VII dan IX, pada Archytas Buku VIII, Pada Eudoxus, Buku V, VI dan XII dan pada Theaetetus, Buku X dan XIII. Maka dengan sepenuhnya, pekerjaan Euclid lebih awal menggantikan usaha mempresentasikan geometri yang sedikit sisa jejak usaha ini. Sangat disayangkan bahwa ahli waris Euclid belum mampu mengumpulkan royalty atas pekerjaannya, karena ia adalah pengarang yang dapat membaca sejarah umat manusia secara luas. Pendekatannya ke geometri telah mendominasi pengajaran pokok materi selama lebih dari dua ribu tahun. Lebih dari itu, metode aksioma yang digunakan oleh Euclid adalah prototipe untuk semua yang sekarang kita sebut "matematika murni", yaitu : tidak ada percobaan fisika yang perlu dilakukan untuk memverifikasi bahwa pernyataan adalah benar–hanya pemberian alasan dalam demonstrasi saja yang perlu diperiksa.

Elements Euclid adalah murni juga dalam arti bahwa pekerjaannya tidak meliputi aplikasi praktis. Tentu saja, geometri Euclid telah memiliki suatu bilangan aplikasi yang pasti untuk permasalahan praktis di dalam rancang–bangun, tetapi mereka tidak tersebut di dalam *Elements*. Menurut legenda, seorang siswa yang memulai geometri bertanya kepada Euclid, "apa yang akan aku dapatkan dengan mempelajari hal ini?" Euclid memanggil pembantunya dan berkata, "Berikan dia sebuah koin, karena ia harus membuat keuntungan dari apa yang ia pelajari". Sampai hari ini, sikap ini ke arah aplikasi tetap berlaku di antara banyak para ahli matematika murni. Mereka belajar matematika demi dirinya sendiri untuk kerapian dan kecantikan dalamnya. Banyak keanehan yang dapat kita lihat kemudian, matematika murni sering menginginkan untuk memiliki aplikasi tidak pernah diwujudkan oleh penciptanya – "Yang tidak praktis" pandangan para ahli matematika murni akhirnya berguna bagi masyarakat. Lebih dari itu, bagian–bagian dari matematika yang belum "diterapkan" adalah juga berharga bagi masyarakat, baik sebagai perbandingan pekerjaan aesthetic ke musik dan seni atau sebagai sumbangan bagi perluasan kesadaran dan pemahaman manusia.

Metode Aksioma

Para ahli matematika dapat menggunakan teknik mencoba-coba, perhitungan tentang kasus khusus, tebakan diilhami, atau melalui cara lain untuk menemukan dalil. Metoda aksioma adalah suatu metoda pembuktian hasil yang benar. Beberapa hasil yang paling penting di dalam matematika awalnya hanya diberi bukti yang tidak sempurna (kita dapat melihat Euclid bersalah atas ini). Tidak menjadi masalah bahwa bukti yang benar akan disediakan kemudian dan dunia matematika dapat tercukupi. Jadi bukti memberikan jaminan terhadap hasil benar kepada kita.

Dalam banyak kasus, mereka juga memberikan hasil yang lebih umum kepada kita. Sebagai contoh : orang Mesir dan Hindu mengenal bahwa jika suatu segi tiga mempunyai panjang sisinya 3, 4 dan 5, maka segitiga ini merupakan segitiga siku-siku melalui percobaan. Tetapi orang Yunani membuktikannya secara umum, yaitu jika suatu segitiga mempunyai panjang sisinya a, b dan c dan jika $a^2 + b^2 = c^2$, maka segitiga ini adalah suatu segitiga siku-siku. Hal tersebut akan mengambil sebuah bilangan tak terbatas pada percobaan untuk memeriksa hasil ini. Akhirnya bukti memberi kita pengertian mendalam yang luar biasa ke dalam hubungan di antara hal–hal berbeda yang kita sedang pelajari, menuntun kita untuk mengelompokkan gagasan kita di dalam sebuah jalan yang terpadu.

Apa itu metode aksioma? Jika aku ingin membujuk kamu oleh pemikiran murni untuk mempercayai beberapa pernyataan S_1, aku bisa menunjukkan kamu bagaimana pernyataan ini mengikuti secara logika dari beberapa pernyataan S_2 lainnya di mana kamu boleh terima. Bagaimanapun, jika kamu tidak mempercayai S_2, aku harus menunjukkan kamu bagaimana S_2 mengikuti secara logika dari beberapa pernyataan S_3 lainnya. Aku harus mengulangi langkah–langkah ini beberapa kali sampai aku dapat menjangkau beberapa pernyataan yang telah kamu terima, satu aku tidak harus membenarkan. Pernyataan itu mengikuti aturan dari suatu aksioma (postulat/dalil). Jika aku tidak bisa menjangkau suatu pernyataan yang telah kamu terima seperti dasar argumentasiku, aku akan terperangkap ke dalam suatu "kemunduran tanpa batas", memberi suatu demonstrasi setelah yang lainnya tanpa akhir.

Jadi ada dua kebutuhan yang harus kita jumpai untuk menyetujui bahwa suatu bukti adalah benar :

1.Kebutuhan 1 :

Penerimaan terhadap pernyataan tertentu disebut "aksioma" atau "postulat", tanpa pertimbangan lebih lanjut .

2.Kebutuhan 2 :

Persetujuan pada bagaimana dan kapan satu pernyataan "mengikuti secara logika" dari yang lain, yaitu persetujuan pada peraturan tertentu tentang pemikiran.

Prestasi Euclid yang sangat besar adalah memilih beberapa dalil sederhana, pernyataan dapat diterima tanpa pertimbangan lebih lanjut, dan kemudian menyimpulkan darinya 465 dalil, banyak orang mempersulit dan tidak semua jelas nyata dengan tidak sengaja, yang berisi semua pengetahuan geometris pada waktunya. Satu alasan *Elements* seperti pekerjaan indah sehingga banyak yang telah disimpulkan dari yang sedikit.

AKSIOMA KESEJAJARAN

Euclid pertama kali mempunyai 4 aksioma yang telah diterima oleh ahli matematika, walaupun aksioma ke-5 mengalami perdebatan yang tinggi. Pada kenyataannya, seperti yang kita lihat baru-baru ini, aksioma kesejajaran Euclid menjadi pilihan yang perlu dipertimbangkan dalam perkembangan ilmu geometri non Euclidean.

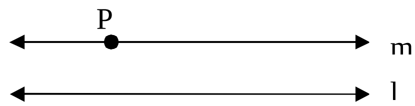
Pada titik ini kita tidak menemukan pernyataan aksioma ke-5 dalam bentuk aslinya, seperti yang terlihat dalam dasar atau elements. Malahan, kita akan mengemukakan aksioma yang sederhana (dimana baru-baru ini kita menunjukannya secara logis sama dengan punya Euclid yang asli). Bentuk ini kadang-kadang disebut postulat Playfair karena dimunculkan oleh Playfair pada geometri Euclidean yang dipublikasikan pada tahun 1795. Walaupun lebih tepatnya mengacu pada Proclus (410-485). Kita akan menyebutnya sebagai postulat parallel Euclide. Bentuk lain dari geometri Euclide didasarkan pada postulat parallel. Yang penting definisinya dalam buku ini adalah sebagai berikut :

Definisi : Dua garis l dan m adalah sejajar jika garis tersebut tidak saling memotong, atau jika tidak ada titik yang melintang di antara keduanya, kita menunjukkan dengan $l \,//\, m$

Pemberitahuan yang pertama bahwa kita mengasumsikan garis lintang dalam bidang yang sama (karena kita menyetujui bahwa semua titik dan garis yang melintang pada suatu bidang, kecuali kalau sebaliknya, pada tempat ini terdapat garis yang tidak planar yang memotong dan mereka disebut garis miring tidak parallel). Pemberitahuan kedua bahwa ini tidak dapat diartikan, bahwa 2 garis yang kelihatannya sama jauh tidak dapat dikatakan mempunyai jarak yang sama dimana saja. Jangan sampai keliru menggambarkan garis sejajar dengan garis yang kelihatan sama jauh. Pada titik ini, dapat kita simpulkan bahwa dua garis sejajar tidak akan pernah bertemu.

Aksioma kesejajaran Euclide :

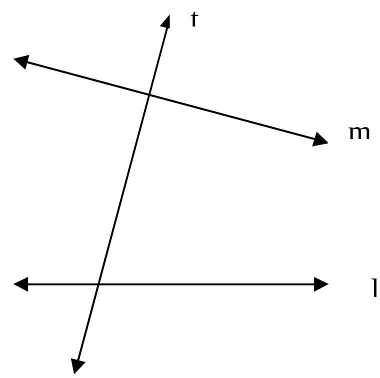
Untuk setiap garis l dan untuk setiap titik P yang tidak terdapat pada l sehingga ditemukan garis m yang khas kemudian P sejajar dengan l



Kenapa aksioma ini menjadi diperdebatkan? Hal ini menjelaskan, mungkin karena telah memikirkan keadaan istilah Euclid. Bagaimanapun, jika kita memperlihatkan aksioma geometri sebagai abstrak dari percobaan, kita dapat melihat perbedaan antara aksioma ini dengan empat aksioma yang yang lainnya. Aksioma pertama dan kedua adalah gambaran dari percobaan yang digambarkan dengan garis lurus. Aksioma ketiga menggambarkan dengan kompas. Aksioma yang ke empat ini mungkin belum menggambarkan tentang abstrak, walaupun tujuan dari penelitian kita menemukan sudut dengan busur derajat dimana jumlah dari keseluruhan sudut adalah 180^0. Jadi jika masing-masing sudut besarnya satu dengan yang lainnya, maka masing-masing sudut itu besarnya 90^0.

Aksioma yang ke-5 ini berbeda, bahwa kita tidak dapat mengelompokkan secara nyata 2 garis yang saling bertemu, sejak kita dapat menggambarkan hanya satu ruas, tidak satu garis. Kita bisa memperpanjang ruas lebih jauh dan lebih jauh untuk melihat dimana garis tersebut bertemu. Tetapi kita tidak bisa memperpanjang itu selamanya. Kita bisa dengan cara lain, yaitu dengan menggunakan kriteria dan definisi lain.

Apa kriteria lain tersebut ? Euclide menggambarkan perkiraannya sebagai garis merentang (sebuah garis t memotong ke-2 garis l dan m dalam titik nyata) dan jumlah angka derajatnya berkisar antara sudut α dan β yang mengenai t. Euclide memprediksikan bahwa jumlah sudut α dan β kurang dari 180^0. Garis itu bertemu satu dengan yang lainnya di t sebagai sudut α dan β. Inilah fakta dari aksioma ini.



Berkebalikan dengan kriteria ini untuk kesejajaran bahwa keluar dari kesamaan aksioma kesejajaran Euclid. Kita tidak bisa menggunakan kriteria ini untuk dipercaya dalam mengoreksi aksioma kesejajaran dengan alas yang berbeda. Euclid sendiri menemukan pertanyaan alami untuk aksioma kesejajaran sebagai catatan tambahan untuk dapat digunakan dalam waktu yang lama.

Percobaan untuk membuktikan aksioma kesejajaran

Perlu diingat bahwa aksioma yang asli menjadi lebih sederhana berdasarkan intuisi nyata bahwa tidak diragukan kevalidannya. Pertama sekali, bagaimanapun aksioma kesejajaran dianggap tidak cukup masuk akal dan memenuhi syarat sehingga tidak dapat membuktikan asumsi. Pada tahun 2000 para ahli matematika mencoba menggantinya dengan aksioma lain, satu atau lebih untuk menjelaskannya. Semua percobaan yang dilakukan dengan menggunakan ke empat aksioma tidak sukses karena itu disebut sandaran yang selalu melibatkan asumsi yang tersembunyi dan tidak tepat. Sebagai penggantinya agar lebih jelas maksudnya, digunakan logika ekivalaen untuk aksioma kesejajaran. Jadi tidak satupun keuntungan yang dipeoleh dengan penggantian. Kita akan menguji ini dengan percobaan secara rinci pada bagian 5. Frenchman Adrien Marie Legendre (1752-1833), seorang ahli matematika yang terbaik memberikan informasi penting.

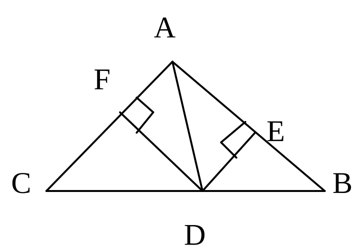
Diberikan titik P tidak pada *l*. Tarik garis tegak lurus PQ dari P ke *l*. Misalkan *m* perpanjangan garis di titik P yang tegak lurus dengan $\overleftrightarrow{PQ}$. Kemudian *m* sejajar dengan *l*, sehingga *l* dan *m* tegak lurus dengan $\overleftrightarrow{PQ}$. Misalkan *n* garis yang berbeda melalui P sehingga memotong *m* dan $\overleftrightarrow{PQ}$. Kita harus tunjukan *n* bertemu dengan *l*. Misalkan $\overrightarrow{PR}$ sinar di *n* yang terletak antara $\overrightarrow{PQ}$ dan sinar m berasal dari P. ini disebut dengan titik R' yang berlawanan dengan sisi $\overleftrightarrow{PQ}$ dari R sehingga $\angle QPR' \cong \angle QPR$. Kemudian Q terletak antara $\angle RPR'$, *l* harus memotong salah satu dari sisi sudut. Jika *l* beremu dengan sisi $\overrightarrow{PR}$, maka *l* bertemu dengan *n*. Andaikata *l* bertemu dengan sisi $\overrightarrow{PR'}$ di titik A. Misalkan B titik khusus di sisi $\overrightarrow{PR}$ maka $PA \cong PB$. Kemudian $\Delta PQA \cong PQB$, di sini sudut PQB adalah sudut sebelah kanan, jadi B terletak pada *l*.

BAHAYA DALAM DIAGRAM

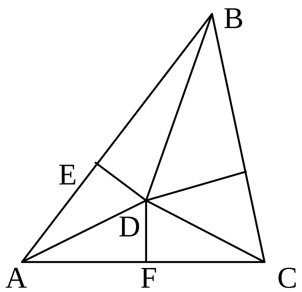
Diagram selalu memiliki bantuan dalam pemahaman geometri, mereka meliputi dalam bagian-bagian Euclid dan mereka meliputi dalam buku ini tetapi di sini bahaya dari sebuah diagram boleh disarankan pendapat yang keliru. Sebuah diagram mungkin dilalaikan secara tidak seksama atau boleh sebelum memberi kotak khusus. Jika kita mengetahui kekurangan-kekurangan dalam pernyataan-pernyataan seperti cerita-cerita kita tidak harus menyesatkan digram yang masuk akal.

Apakah mengikuti adalah bagus untuk diketahui dan cukup meliputi pernyataan yang menganggap diri membuktikan semua segitiga sama kaki. Tempatkan diri sendiri dalam dari apa yang diketahui tentang geometri di SMA. (setelah bab ini kamu akan menempatkan pengetahuan dalam pegangan).

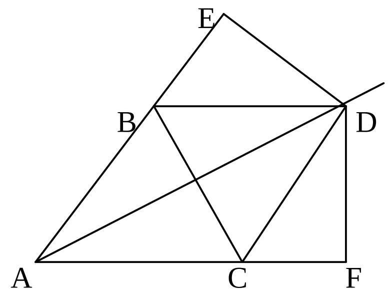
Biasanya segitiga ABC. Membangun membagi dua dari sudut A dan garis tegak membagi dua sisi BC berlawanan dengan sudut A. mempertimbangkan macam-macam kotak (bilangan 1.13).



Kotak 3



Kotak 2



Kotak 4

Gambar 1.13

Kotak I. Membagia dua dari sudut A dan garis tegak lurus membagi dua bagian BC. Salah satu kotak membagi dari sudut A adalah garis BC. dengan maksud adalah tinggi. Oleh karena itu segitiga sama kaki (kesimpulannya diikuti dari dalil Euclidean. Jika sudut membagi dua dan tinggi sama dari puncak segitiga serupa segitiga sama kaki).

Andaikata sekarang membagi dua sudut A dan garis tegak membagi dua sisi berlawanan ada yang tak parallel atau tak sama. Lalu mereka memotong tepat satu poin D dan ada mempertimbangkan 3 kotak.

Kotak 2. Poin D adalah bagian dalam segitiga.

Kotak 3. Poin D adalah dalam segitiga.

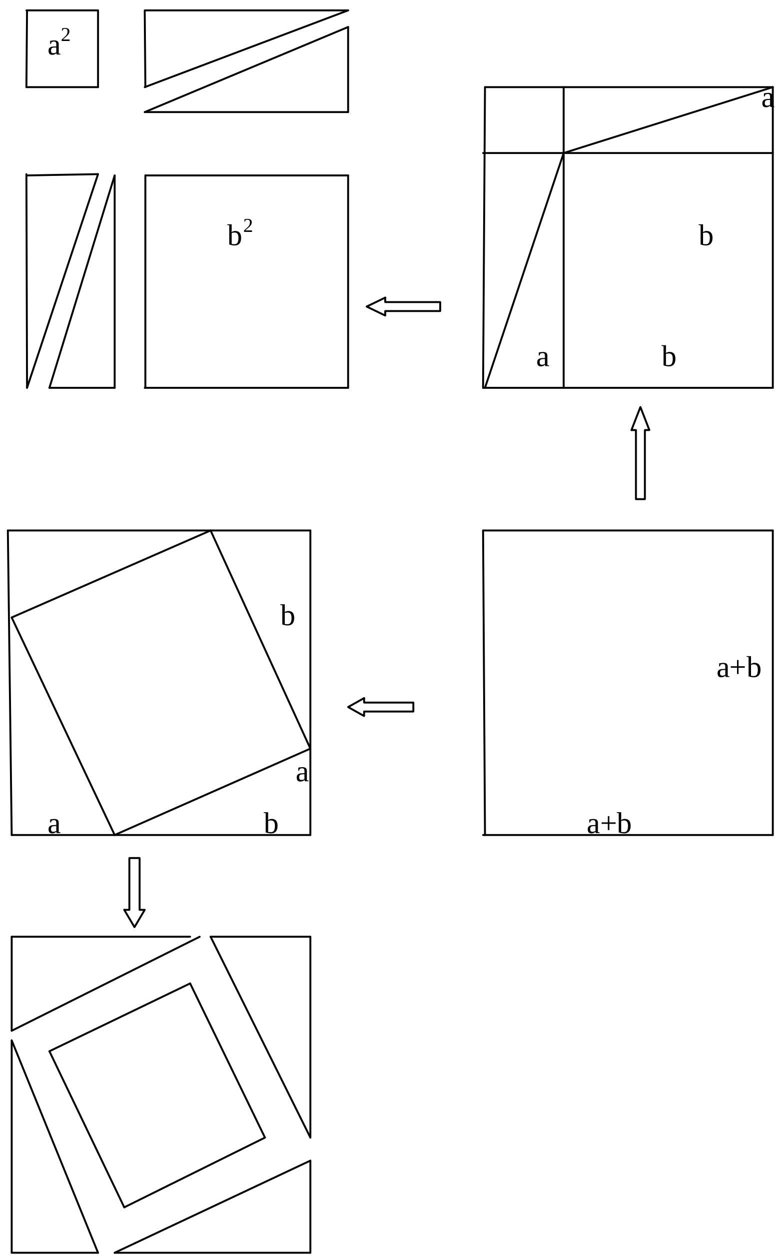
Kotak 4. Poin D adalah sebelah luar segitiga.

Untuk setiap kotak membentuk DE garis tegak pada AB dan DF garis tegak pada AC dan untuk kotak 2 dan 4 berhubungan D pada B dan D pada C. dalam setiap kotak sebarang diikuti bukti tetap. (lihat bilangan 1.13).

DE $\cong DF$ karena semua poin atas membagi dua sudut sama jauh dari sisi-sisi sudut $DA \cong DA$ dan sudut DEA dan sudut DFA sudut kanan. Sebab itu segitiga ADE adalah kongruen pada segitiga ADF oleh dalil hipotenusa kaki dari geometri Euclid. Oleh karena itu kita mempunyai $AE \cong AF$. Sekarang $DB \cong DC$ karena semua poin dalam membagi dua garis tegak dari pernyataan sama jauh dari akhir pernyataan. Juga $DE \cong DF$ dan sudut DEB dan DFC adalah sudut kanan. Karena segitiga DEB adalah kongruen pada segitiga DFC oleh dalil hipotenusa kaki da sebab itu $FC \cong BE$. Itu diikuti dari $AB \cong AC$ dalam kotak 2 dan 3 dari penjumlahan dan kotak 4 dari pengurangan sebuah segitiga adalah bagian depan sama kaki.

KEKUATAN DARI DIAGRAM

Geometri bagi manusia menjadi (mungkin tidak untuk computer) adalah subjek fisual. Diagram yang benar adalah luar biasa membantu dalam memahami bukti-bukti dan dalam mengetahui hasil-hasil baru. Salah satu penjelasan terbaik dari bilangan 1.14 ini, yang mana menyatakan dengan benar segera.



TINJAUAN LATIHAN

Manakah dari pernyataan berikut adalah benar?

(1).Postulat Paralel Euclid menyatakan bahwa setiap baris / dan untuk setiap titik P notlying di / m terdapat garis yang unik melalui P yang sejajar dengan /.

(2).Sebuah sudut "" didefinisikan sebagai ruang antara dua sinar yang berasal dari titik yang sama.

(3).Sebagian besar hasil di Euclid's Elements ditemukan oleh Euclid sendiri.

(4).Menurut definisi, garis m adalah "paralel" untuk baris / jika untuk setiap dua titik P, pada m, jarak tegak lurus dari P ke / adalah sameas jarak tegak lurus dari Q untuk /.

(5).Hal itu tidak perlu untuk Euclid untuk menganggap dalil paralel karena matematikawan Perancis Legendra porved itu.

(6).A "transversal" dua saluran adalah baris lain yang memotong keduanya dalam poin yang berbeda.

(7).Menurut definisi, sudut "hak" adalah sudut 90°.

(8)."Aksioma" atau "dalil-dalil" adalah pernyataan yang diasumsikan, tanpa pembenaran furher, sedangkan "teorema" atau "proposisi yang terbukti menggunakan aksioma.

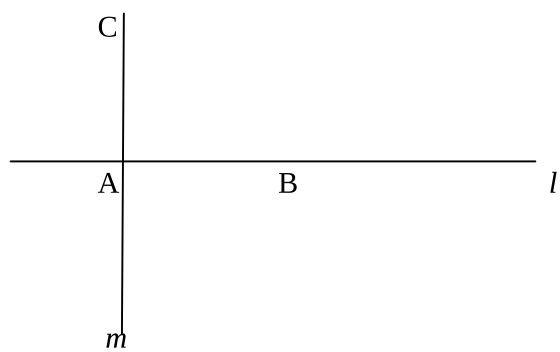
(9).Kami menyebutnya √2 nomor yang "rasional" karena csnnot diekspresikan sebagai hasil bagi dua bilangan bulat.

(10).Orang-orang Yunani kuno adalah yang pertama untuk menuntut bukti untuk laporan matematika untuk membuat utamanya yakin benar.

LATIHAN

Dalam Latihan 1-4 Anda akan diminta untuk menetapkan persyaratan geometrik somefamiliar. Latihan memberikan review dari istilah-istilah serta praktik dalam merumuskan definisi dengan presisi. Dalam membuat definisi, Anda dapat menggunakan lima istilah geometrik terdefinisi dan semua ketentuan geometris lainnya yang sudah ditetapkan dalam teks sejauh atau dengan latihan sebelumnya.

Membuat definisi kadang-kadang membutuhkan sedikit pemikiran. Misalnya, bagaimana Anda mendefinisikan perpendiculatity selama dua garis / dan m? Percobaan pertama mungkin untuk mengatakan bahwa "/ dan berpotongan m dan pada titik persimpangan dari garis-garis ini tegak lurus" karena mereka sebelumnya telah didefinisikan. Tapi apa yang dimaksud dengan pernyataan bahwa garis dari sudut kanan? Tentunya, kita semua dapat mengambil gambar untuk menunjukkan apa yang kami maksud, tetapi masalah adalah untuk mengekspresikan ide secara verbal, menggunakan istilah hanya diperkenalkan sebelumnya. Menurut definisi pada halaman 17, sudut adalah formend oleh dua sinar nonopposite berasal dari titik yang sama. Oleh karena itu kita dapat mendefinisikan / dan mas tegak lurus jika mereka berpotongan pada suatu titik A dan jika ada sebuah sinar AB yang merupakan bagian dari / dan AC sinar yang merupakan bagian dari m sehingga <BAC adalah sudut kanan (Gambar 1,16).



1. Tentukan persyaratan berikut:

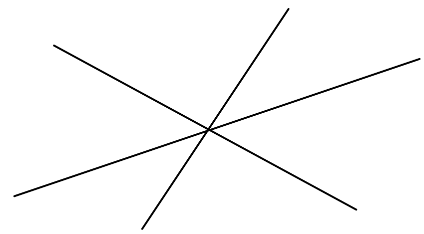
   (A) *Midpoint* M segmen AB.

   (B) garis bagi tegak lurus terhadap fiber segmen AB (Anda dapat menggunakan titik tengah "istilah" karena Anda baru saja ditetapkan itu).

   (C) Ray BD membagi sudut <ABC (mengingat bahwa titik D adalah berween A dan C).

   (D) Points A, B, dan C kesegarisan.

   (E) Garis I, m dan n bersamaan (lihat Gambar 1.17)



1,17 Gambar baris serentak.

2. menentukan syarat-syarat berikut;

(a) Iriangle Δ ABC dibentuk oleh tiga poin noncollinear A, B, dan C.

(b) Vertex, sisi dan sudut ABC. (Sisi "" segmen, garis non.)

(c) Sisi berlawanan dan berdekatan dengan titik tertentu A dari Δ ABC.

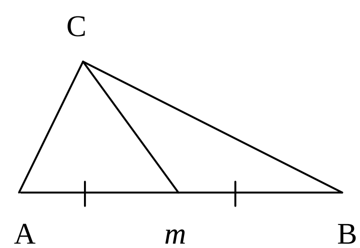
(d) Median dari segitiga (lihat Gambar 1.18).

(e) Ketinggian segitiga (lihat Gambar 1.19).

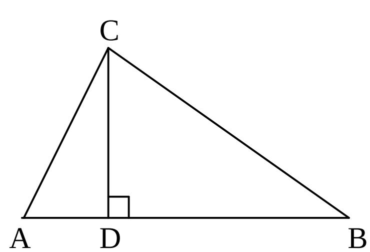
(f) Segitiga sama kaki, alasnya, dan sudut alasnya.

(g) Segitiga sama sisi.

(h) Hak segitiga.



Gambar 1,18 Median



Gambar 1,19 Ketinggian

3. Dengan empat poin, A, B, C, dan D, tidak ada tiga yang kesegarisan dan seperti bahwa setiap sepasang segmen AB, BC, CD, dan DA baik tidak memiliki titik kesamaan atau hanya sebuah titik akhir yang sama. Kita kemudian dapat mendefinisikan segiempat □ABCD terdiri dari empat segmen tersebut, yang disebut sisinya, urutan surat-surat yang ditulis sangat penting. Sebagai contoh, mungkin □ AB CD lintas. Jika □ABCD tidak menunjukkan sebuah segiempat, itu tidak akan menyatakan yang sama seperti □ACDB. Yang permutasi dari empat huruf A, B, C, dan D menunjukkan sama segiempat sebagai □ABCD) Menggunakan definisi ini?, Mendefinisikan pengertian berikut:

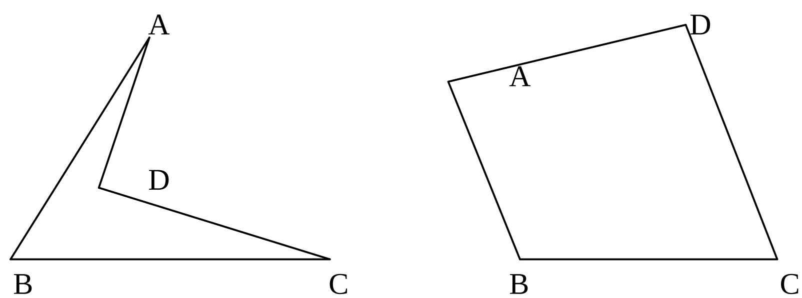
(a). Sudut □ABCD

(b). Sisi □ABCD terdekat.

(c). Opposite sisi □ABCD.

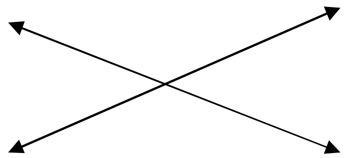
(d). Diagonal □ ABCD

(e). Jajargenjang A. (Gunakan kata "paralel.")



Gambar 1,20 segiempat.

4.Perhatikan sudut vertikal (Gambar 1,21). Bagaimana upaya untuk membuktikan bahwa sudut vertikal coungruent untuk CACH lain? (Cuma sketcha rencana untuk bukti - jangan melakukan hal itu secara rinci.)



Gambar 1.21 garis sudut.

5. Gunakan gagasan umum (hal.13) untuk membuktikan hasil sebagai berikut: JIKA P dan Q adalah setiap titik pada lingkaran dengan pusat T dan jari-jari OA, maka OP ≅ OQ.
6. (A). Diketahui dua titik A dan B dan C poind ketiga di antara mereka. (Ingat bahwa "antara" adalah istilah terdefinisi) dapat Anda memikirkan cara untuk membuktikan dari dalil-dalil bahwa C terletak pada garis AB.?

   (B). Dengan asumsi bahwa Anda berhasil priving C terletak di AB, dapat Anda membuktikan dari definisi "ray 'abd dalil-dalil bahwa AB = AC?
7. Jika S dan T adalah set, serikat mereka (S ∪ T) dan persimpangan (S ∩T) didefinisikan sebagai berikut:

   (I). Sesuatu milik S ∪ T jika dan hanya jika baik milik S atau T (atau keduanya).

   (II). Sesuatu milik S ∩ T jika dan hanya jika itu milik baik untuk S dan T.

   Mengingat dua titik A dan B, mempertimbangkan dua sinar AB dan BA.

   Gambarlah diagram untuk menunjukkan bahwa AB ∪ BA = AB dan AB ∩ BA = AB. Apa aksioma tambahan tentang istilah terdefinisi "antara" harus kita asumsikan agar dapat membuktikan ada kesamaan-kesamaan?
8. Untuk lebih mengilustrasikan kebutuhan sdefinition hati-hati, pertimbangkan kemungkinan definisi prsegi panjang berikut :

   (i). Suatu segiempat dengan empat sudut siku-siku.

   (ii).Suatu segiempat dengan semua sudut kongruen satu sama lain.

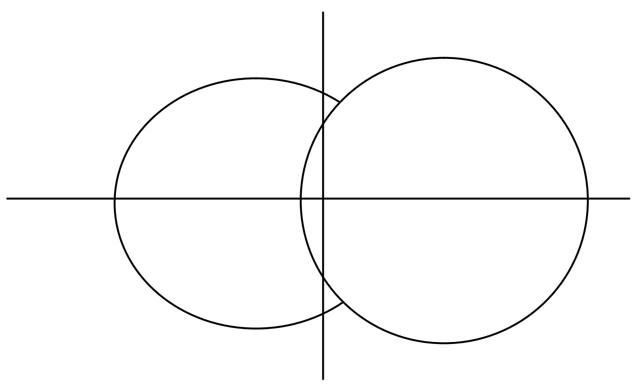
   (iii).Genjang A dengan setidaknya sudut onerigh.

   Dalam buku ini kita akan (i) sebagai definisi aur. Pengalaman Anda dengan geometri Euclid dapat mengarahkan Anda untuk percaya bahwa ketiga definisi aquivalent; sketsa informal hou Anda mungkin membuktikan bahwa, dan perhatikan dengan hati-hati yang teorema Anda secara diam-diam dengan asumsi. Dalam geometri hiperbolik definisi ini menimbulkan tiga set yang berbeda dari segiempat (lihat bab 6). Mengingat devinition dari "persegi panjang" menggunakannya untuk mendefinisikan "persegi".

9. Dapatkah Anda memikirkan cara untuk membuktikan dari dalil-dalil bahwa untuk setiap baris /
   (a).Terdapat titik tergeletak di /?
   (b). Terdapat titik tidak berbaring di /?
10. Dapat Anda memikirkan cara untuk membuktikan dari dalil-dalil bahwa pesawat tersebut tidak kosong, yaitu bahwa titik garis ada? (Diskusikan dengan instruktur Anda apa artinya untuk mengatakan bahwa obyek matematika, seperti titik dan garis, "ada".)
11. Apakah Anda berpikir bahwa postulat paralel Euclid adalah "jelas" Menulis esai berief? Menjelaskan jawaban Anda.
12. Apa kelemahan dalam pembuktian "" bahwa semua segitiga yang sama kaki? (Semua teorema dari geometri Euclidedean digunakan dalam argumen sudah benar).
13. Jika nomor didefinisikan sebagai rasio keliling lingkaran dengan diameter apapun, apa teorema pertama harus dibuktikan untuk melegitimasi definisi ini? (Sebagai contoh, jika 1 "define" nomor baru untuk menjadi rasio luas lingkaran apapun untuk diameter, bahwa tidak akan sah. Teorema dibutuhkan adalah terbukti dalam bagian 21.2 dari Moise, 1990).
14. Apakah Anda pikir mothot aksiomatik dapat diterapkan untuk subjetects selain mathematies? Apakah thebU.S. konstitusi (termasuk semua perubahannya) daftar aksioma dari pengadilan federal yang secara logis menyimpulkan semua aturan rendah? Apakah Anda berpikir bahwa "kebenaran" tegas dalam Deklarasi kemerdekaan adalah "jelas"?
15. Tulis komentar tentang penerapan metode aksiomatik selesai pada 1675 oleh benedidict de spinoze, berjudul: ethict ditunjukkan dalam rangka geometris dan dibagi menjadi lima bagian yang tapak (1) dewa (2) sifat dan asal dari pikiran (3) sifat dan asal emotios (4) dari perbudakan manusia atau kekuatan emosi (5) dari kekuatan intelek atau kebebasan manusia. (Mengabdikan tubuh utama dari tinjauan Anda ke bagian 4 dan 5).

LATIHAN UTAMA

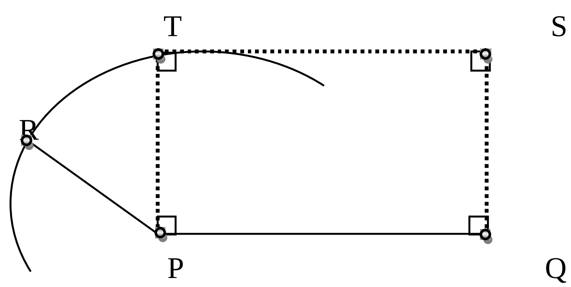
1. Dalam latihan ini kita akan meninjau severel konstruksi dasar Euclid dengan sejajar dan kompas. konstruksi seperti terpesona matematikawan dari Yunani kuno sampai abad kesembilanbelas ketika semua masalah konstruksi klasik fially dipecahkan.
   (a). Diketahui sebuah segmen AB membangun garis-perpendicural AB
   (Petunjuk membuat AB diagonal dari sebuah belah ketupat seperti pada gambar 1,22.)
   (b). Diketahui sebuah garis / dan titik P tergeletak di / membangun garis melalui P tegak lurus ke / (petunjuk; membuat P titik tengah dari segmen l)
   (c). Mengingat baris / dan titik P tidak berbaring di / Membangun line melalui perpendicural P ke / (Petunjuk; membangun Δ ABP segitiga sama kaki dengan AB pada dasar / dan menggunakan (a))



   (d). Mengingat baris / dan titik P tidak berbaring di / membangun line melalui paralel P ke /. (Petunjuk: gunakan (b) dan (c).)
   (e). Membangun sinar membelah sudut n. (Petunjuk: Gunakan teorema Euclid bahwa garis-berat trbase pada segitiga sama kaki juga merupakan garis bagi sudut sudut yang berlawanan basis.)
   (f). Dengan ABC dan segmen DE AB. Buatlah titik F pada sisi tertentu sehingga garis DE DEF ABC.
   (g). Diketahui sudut ABC dan DE sinar. F Conntruct pada sisi tertentu line DE sehingga <ABC = <FDE.
2. Euclid diasumsikan kompas akan dilipat. Artinya, diberikan dua titik P dan Q, kompas ca menarik acircle dengan pusat P melewati Q (Postulat III) Namun spike tidak dapat dipindahkan ke pusat O untuk menggambar sebuah lingkaran radius

yang sama. Setelah spike tersebut akan dipindahkan, runtuh kompas. Periksa melalui konstruksi Anda dalam latihan 1 untuk melihat apakah mereka mungkin dengan kompas dilipat. (Untuk tujuan dari latihan ini, menjadi "diberikan 'garis berarti diberi dua atau lebih pointson itu)

(a) Mengingat tiga titik P, Q, dan R. Membangun dengan PQ sebagai sisi dan seperti bahwa PT = PR (lihat gambar 1,23)

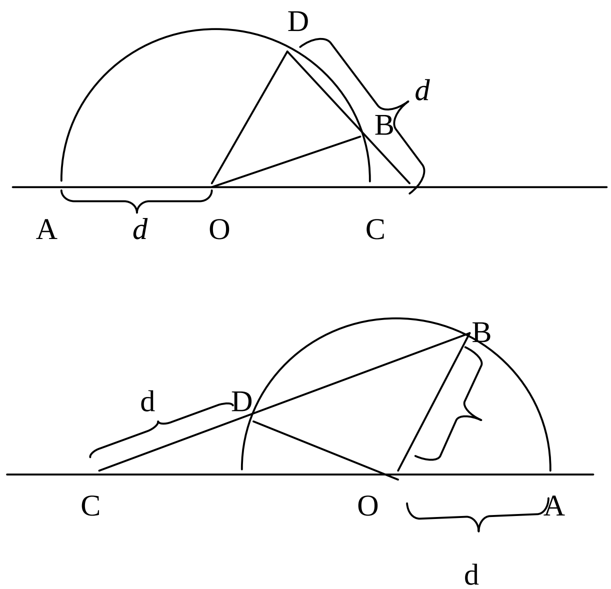


Gambar 1. 23

(b) Mengingat segmen PQ dan sinar AB> membangun titik C pada AB sehingga AC PQ. (Petunjuk: Menggunakan (a), membangun masa lalu persegi panjang dengan PT PQ, dan kemudian mengambil lingkaran berpusat di A dan melewati S.) Latihan (b) menunjukkan bahwa Anda dapat mentransfer segmen dengan kompas dilipat dan sejajar, sehingga Anda dapat melaksanakan semua konstruksi seolah-olah kompas Anda tidak runtuh.

3. Sejajar yang Anda digunakan dalam sebelumnya seharusnya unruled (jika memang memiliki tanda di atasnya, Anda tidak seharusnya Namun sekarang, mari kita tandai dua titik pada sejajar sehingga untuk menandai jarak tertentu d. Archimedes menunjukkan bagaimana kita kemudian dapat membagi tiga sebuah sewenang-wenang:

   Untuk setiap sudut, menggambar lingkaran dengan jari-jari d berpusat di titik O sudut tersebut. lingkaran ini pemotongan sisi sudut pada titik A dan tempat B. sejajar ditandai, sehingga akan memberikan tanda satu titik C pada lingkaran, dan sejajar secara bersamaan harus beristirahat di titik B, sehingga B, C, dan D adalah kesegarisan (Gambar 1-24). Buktikan bahwa < COD sedemikian rupa adalah salah satu sepertiga dari < AOB. (Petunjuk: Gunakan teorema Euclid di sudut eksterior dan segitiga sama kaki.)



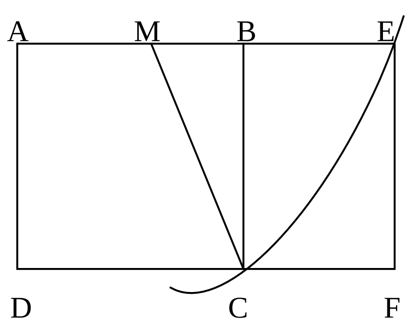
Gambar 1.24

4. P nomor (1 + 5) / 2 disebut rasio emas oleh bangsa Yunani, dan sebuah persegi panjang yang sisi dalam rasio ini bersel persegi panjang emas. Buktikan bahwa segi empat emas bisa dibangun dengan straightedge dan kompas sebagai berikut:

(a). Buatlah persegi □ ABCD

(b). Titik tengah AB Konstruksikanlah M

(c). Titik E Buatlah seperti yang B antara A dan E dan MC ≅ ME



Gambar 1.25

(d). Membangun F makanan dari tegak lurus dari E ke DC.

(e). Lalu □ AEFD adalah persegi panjang emas (menggunakan teorema Pythagoras untuk MBC).

(f). Selain itu, □ BEFC lain persegi panjang emas (pertama menunjukkan bahwa $1 / \rho = \rho - 1$).

Dua berikutnya latihan membutuhkan pengetahuan tentang trigonometri.

5. Orang Mesir berpikir bahwa jika segiempat memiliki panjang sisi a, b, c, dan d, bahwa daerah S diberikan oleh rumus (a + c) (b + d) / 4. Buktikan bahwa sebenarnya

$$4 S \leq (a + c) (b + d)$$

Dengan memegang kesetaraan hanya persegi panjang. (Hint: Dua kali luas segitiga adalah ab sinθ, di mana adalah sudut antara panjang sisi a, b dan sin θ ≤1, dengan kesetaraan memegang hanya jika adalah sudut siku-siku.)

6. Analog Buktikan bahwa jika segitiga memiliki panjang Ides a, b, c dari perusahaan daerah S memenuhi ketidaksamaan. Dengan memegang kesetaraan hanya untuk segitiga sama sisi. (Petunjuk: Jika adalah sudut antara sisi b dan c, dipilih sehingga paling banyak 60, maka kita formula

7. Biarkan ABC harus sedemikian rupa sehingga tidak sejalan AB ke AC. Biarkan D f titik persimpangan garis-bagi <A dan garis bagi tegak lurus sisi BC. Biarlah E, F, G dan menjadi kaki perpendiculars turun dari D ke AB, AC, BC, masing-masing. Buktikan bahwa:

   (A). D terletak di luar segitiga pada lingkaran melalui ABC.

   (B). Salah satu E atau F terletak di dalam segitiga dan bagian luar lainnya.

   (C). E, F dan G kesegarisan.

   (Gunakan apapun yang Anda tahu, termasuk koordinat jika perlu)

PROYEK

1.Menulis makalah yang menjelaskan secara detail mengapa tidak mungkin untuk membagi tiga sudut sewenang-wenang atau persegi lingkaran hanya menggunakan kompas dan sejajar tanpa tanda: lihat Jones, Morris, dan Pearson (1991): Eves (1963-1965): Kutuzov (1960): atau Moise (1990). Jelaskan bagaimana sewenang-wenang dapat sudut trisected jika selain kita diperbolehkan untuk menarik parabola atau hiperbola atau conchoid atau limacon (lihat peressini dan sherbert, 1971)

2.Di sini adalah dua hasil terkenal lain dalam teori konstruksi:

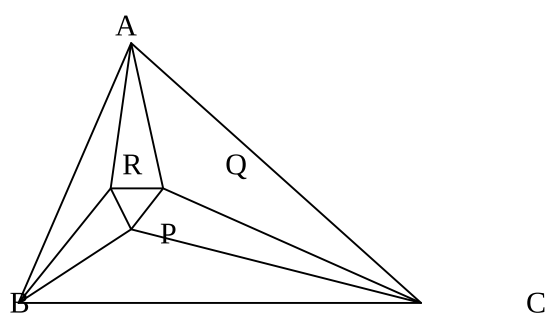
(A).Matematika denmark G. Mohr dan L. Italia Mascheroni independen menemukan bahwa semua konstruksi Euclidean dari cen poin dilakukan dengan kompas saja, baris, tentu saja, tidak dapat drawnwith kompas, tetapi dapat ditentukan dengan kompas dengan membangun dua poin berbaring di atasnya.

Dalam pengertian ini, Mohr dan mascheroni menunjukkan bahwa straightedge adalah tidak perlu.

(B).Di sisi lain j jerman, Stainer dan franchman jv ponceled menunjukkan bahwa semua konstruksi Euclid dapat dilakukan dengan straightedge saja jika kita pertama diberi lingkaran tunggal dan pusat. Laporan penemuan yang luar biasa kepadamu (lihat Eves, 1963-1965, dan Kutuzov, 1960).

3.ABC Draw diberi sinar dua yang masing-masing membagi tiga sudut nya., Dan biarkan P, Q, dan R menjadi tiga titik persimpangan trisectors berdekatan. Buktikan bahwa PQR stheorem Morle'y adalah segitiga sama sisi (lihat Gambar 1.26 dan Coxeter, 1969)

4.Suatu poligon n sisi disebut biasa jika semua sisinya (masing-masing, sudut) kongruen dengan satu sama lain. Membangun sebuah pentagon beraturan dan heksagon biasa dengan straightedge dan kompas. The septagon biasa tidak dapat begitu dibangun, bahkan, Gauss membuktikan teorema luar biasa yang n gon-reguler adalah pembangun jika dan hanya jika semua faktor prima ganjil n terjadi dengan kekuatan pertama dan memiliki dari 2 + 1 (misalnya, 3 , 5,17,257,65,537).



Gambar 1.26

Laporan hasil ini, dengan menggunakan Klein (1956). Bilangan prima bentuk yang disebut bilangan prima Fermat. Para mendengarkan lima adalah satu-satunya pada saat ini. Gauss tidak benar-benar membangun 257 biasa-gon atau 65, 537-gon, ia hanya menunjukkan bahwa persamaan polinomial minimal dipenuhi oleh cos (2 / n) untuk n tersebut dapat diselesaikan di bidang surfing (lihat Moise, 1990). Lain dikhususkan (obsesif?) Matematika melaksanakan konstruksi. Konstruktor 65.537 untuk n = bekerja selama 10 tahun dan dihargai dengan gelar Ph.D.; apa adalah imbalan untuk memeriksa karyanya?

5. Menulis biografi singkat Archimedes (Bell, 1961, adalah salah satu referensi yang baik). Archimedes menemukan beberapa ide dari kalkulus integral 14 abad sebelum Newton dan Leibniz.